

# SUDOKU

8	4	1	9	2	3	7	5	6
6	2	7	8	5	1	4	9	3
5	3	9	7	6	4	8	2	1
7	9	8	5	3	6	2	1	4
4	6	2	1	7	8	9	3	5
1	5	3	2	4	9	6	8	7
3	1	4	6	8	2	5	7	9
2	7	6	3	9	5	1	4	8
9	8	5	4	1	7	3	6	2

## REGULILE JOCULUI

Figura de mai sus reprezintă o tablă de joc Sudoku  $9 \times 9$ <sup>1</sup> rezolvată.

Regula e simplă: tabla fiind completată cu un anumit număr de cifre inițial (cele roșii), să se găsească celelalte cifre în așa mod încât în fiecare rând, coloană și pătrat  $3 \times 3$  (cele delimitate cu două linii), fiecare cifră să figureze o singură dată.

## METODE DE REZOLVARE

Pentru comoditate, în continuare voi numi orice rând, coloană sau pătrat  $3 \times 3$  delimitat de două linii – **bloc**.

Deci regulile jocului se reduc la una: fiecare bloc trebuie să conțină cifrele toate cifrele de la 1 la 9.

Având în vedere că cifrele date inițial (cele roșii) sunt suficiente pentru a fi deduse toate celelalte, nici o cifră nu poate fi pusă în mod arbitrar, ci poate fi plasată într-o anumită celulă doar în cazul când suntem siguri că altă cifră nu poate fi plasată în acea celulă.

Așadar, toată judecata jocului se reduce la excluderea posibilității amplasării tuturor cifrelor în celula dată, în afară de una, pe care o și depunem.

**I)** Prima metodă constă în verificarea tuturor blocurilor ce conțin celula examinată și excluderea cifrelor existente în aceste blocuri ca cazuri posibile. Dacă a rămas o singură cifră posibilă, pe ea o și plasăm.

Parcurgând astfel toată tabla și plasând niște cifre, aceste cifre determină noi situații pentru celulele rămase goale.

Acest ciclu se repetă până când la o parcurgere a tablei nu se face nici o modificare.

Astfel procedând, e posibil ca după un anumit număr de repetări a ciclului, toată tabla să fie completată, dar aceasta se întâmplă foarte rar.

Datorită faptului că această metodă reiese direct din reguli, ea poate fi numită elementară.

---

<sup>1</sup> În cele ce urmează, tablă sudoku se va considera matricea  $9 \times 9$ .

II) Dacă după aplicarea primei metode nu în toate cazurile pot fi găsite toate cifrele, apoi pentru această metodă nu am găsit încă nici un caz irezolvabil. Totuși ea este doar o completare a celei elementare (precum și toate celelalte) și fără ea nu e de mare folos.

Iată principiul acestei metode: dacă într-un bloc pătrat ( $3 \times 3$ ) o anumită cifră nu poate fi plasată decât în cel puțin două celule ce aparțin aceleiași coloane (rând), atunci din toate celelalte celule ale coloanei (rândului) respective, cifra dată se exclude.

După parcurgerea tuturor blocurilor pătrate, se apelează iar metoda elementară.

III) A treia metodă deocamdată o am doar pentru analiza rândurilor și coloanelor, de aceea “bloc” aici voi numi doar orice linie sau coloană:

Această metodă înglobează mai multe cazuri, cel mai simplu caz fiind când, în urma excluderii tuturor cazurilor imposibile, în două rânduri / coloane<sup>2</sup>, la același nivel, rămân doar două cazuri posibile. Atunci din toate celelalte celule ale celor două coloane / rânduri se exclud aceste două posibilități.

De exemplu, fie că în figura 1 cu roșu sunt marcate celulele în care cifrele 2 și 3 nu pot fi plasate. Rămân astfel coloanele 8 și 9 în care cifrele 2 și 3 neapărat vor fi încadrate în celulele rămase ale rândurilor 1 și 5, astfel excluzând posibilitatea plasării acestor două cifre în celulele marcate cu culoarea galbenă ale coloanelor 8 și 9.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1								2/3	3/2
2									
3									
4									
5								3/2	2/3
6									
7									
8									
9									

Fig. 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1			x			y			z
2									
3									
4			y			z			x
5									
6									
7									
8									
9			z			x			y

Fig. 2

Această metodă se extinde și pentru cazurile când în 3 sau 4 rânduri / coloane, la același nivel, rămân 3 sau 4 cazuri posibile, respectiv. Astfel, în celelalte celule ale celor 3 sau 4 rânduri / coloane corespunzătoare, aceste 3 sau 4 cifre nu vor putea fi

<sup>2</sup> Am scris “rânduri / coloane”, deoarece analiza se face atât orizontal, cât și vertical.

plasate (pentru 3 cifre – fig. 2). Toate celelalte cazuri (pentru 5, 6, 7) se reduc la primele trei...

După aplicarea acestei analize, se apelează iarăși metoda elementară (prima), pentru a verifica noile condiții și pentru a plasa noi cifre.

### EXTINDERE A METODELOR DE REZOLVARE

Având în vedere faptul că în fiecare celulă poate fi doar o singură cifră, iar în fiecare rând / coloană orice cifră figurează doar o singură dată, tabla sudoku poate fi privită ca un cub împărțit în  $9^3$  cuburi mici, considerate celule, care pot avea valoarea *adevăr* sau *fals*, determinată astfel: dacă în coloana  $x$ , pe rândul  $y$  avem cifra  $z$ , atunci în cubul respectiv avem valoarea *adevăr* pentru celula de pe coloana  $x$ , rândul  $y$ , înălțimea  $z$ . Acum ca bloc poate fi privit orice rând considerat vertical, orizontal sau după înălțime, dacă dimensiunea nouă o numim înălțime, și, respectiv, pătratele  $9 \times 9$  ce se conțin în primele două dimensiuni, în conformitate cu forma tablei sudoku. Respectând regulile jocului, în toate celelalte celule ale blocurilor liniare ce se intersectă în celula  $(x, y, z)$  vom obține valoarea *fals*.

Astfel, orice metodă ce se referă doar la blocurile liniare de celule (I și III) poate fi aplicată pe oricare din cele trei direcții ale spațiului.

### APLICAREA METODELOR DE REZOLVARE A SUDOKU ÎN LIMBAJUL DE PROGRAMARE PASCAL

(... ..)